

# Fachmathematik Elektrik / Elektronik

## Inhalt

- Innenwiderstand von Spannungsquellen  $R_i$  [ $\Omega$ ]

## Innenwiderstand von Spannungsquellen

Was versteht man unter dem/einem Innenwiderstand von Spannungsquellen?

Eine Batterie speichert elektrische Ladungen. Die unterschiedlichen Ladungen sind in den aktiven Massen der Platten vorhanden. Die Plusplatten bestehen aus Bleidioxid  $PbO_2$ , die Minusplatten aus reinem Blei  $Pb$ . Während des Aufladeprozesses wird das, in beiden Platten durch die Entladung entstandene Bleisulfat  $PbSO_4$ , unter Zuhilfenahme des Elektrolyts  $H_2SO_4$  (verdünnte Schwefelsäure), wieder in die unterschiedlichen Materialien Bleidioxid  $PbO_2$  und Blei  $Pb$  umgewandelt. Der Elektrolyt  $H_2SO_4$  ist gleichzeitig Ionenleiter für die Auf- und Entladung.

Um nach dem Laden elektrische Energie aus der Batterie wieder entnehmen zu können, hilft jetzt wieder der „Ladungstransporteur“, die verdünnte Schwefelsäure  $H_2SO_4$ .

Hierbei wird die chemische Energie wieder in elektrische Energie umgewandelt.

Diese Schwefelsäure zählt zu den Heißleitern, das heißt, je wärmer der Elektrolyt ist, umso besser ist sein Leitvermögen. Dieser Ladungstransporteur stellt den **Innenwiderstand  $R_i$**  einer Batterie dar. Sie werden es wohl schon am „eigenen Leib“ gespürt haben, dass Ihre im Fahrzeug eingebaute Batterie im Winter „versagt“ hat. Sie konnten Ihren Motor, mangels elektrischer Startenergie, nicht durchdrehen. Woran hat es gelegen?

Es gibt drei Gründe:

1. Die Batterie ist leer
2. Die Batterie ist zu alt
3. Es ist zu kalt

**Der erste Punkt** -Die Batterie ist leer-, vielleicht hat ein „stiller Verbraucher“ die Batterie über Nacht entleert. Wird er festgestellt, ist daraufhin das Schadensereignis beseitigt worden, kann die Batterie wieder aufgeladen werden und das Problem ist erledigt.

**Der zweite Punkt** -Die Batterie ist zu alt-, ist schon etwas komplizierter. Hier trat wohl der Alterungsprozess so ein, dass es zur Gitterkorrosion gekommen ist. Dies bedeutet, dass die aktive Masse, sie befindet sich in den Gitterplatten, sich aus den Gitterplatten gelöst und im Schlammraum abgelagert hat. Ist dieser Zustand erreicht, ist eine erneute Ladung der Batterie in den meisten Fällen nicht mehr möglich, auch kann jetzt auf Grund des hohen Niveaus des Bleianteils im Schlammraum es zu Kurzschlüssen innerhalb der Platten kommen.

**Der dritte Punkt** -Es ist zu kalt-, trifft jetzt dieses Thema. Elektrolyten, Laugen, Basen und Säuren, zählen zu den Heißleitern, das heißt, sie leiten den elektrischen Strom im heißen Zustand besser als im kalten Zustand. Dieses Leiten geschieht dadurch, dass der Elektrolyt ja als Ionen-Transporteur dient. Ist es nun zu kalt, leitet der Elektrolyt den elektrischen Strom schlechter, er wird/ist hochohmiger. Dieser Ionen-Transporteur wird jetzt zum Widerstand für den Stromfluss. Dieser Widerstand wird als **Innenwiderstand  $R_i$**  bezeichnet.

Er setzt also dem Stromfluss einen erhöhten Widerstand entgegen.

Nun, es ist jetzt nicht so, dass überhaupt kein Strom mehr fließt. Aber der Strom, der fließt, ruft jetzt an diesem Ionen-Transporteur einen Spannungsabfall  $U_i$  hervor, der die Spannung zum Starten so mindern kann, dass es zum Startvorgang nicht mehr ausreicht.

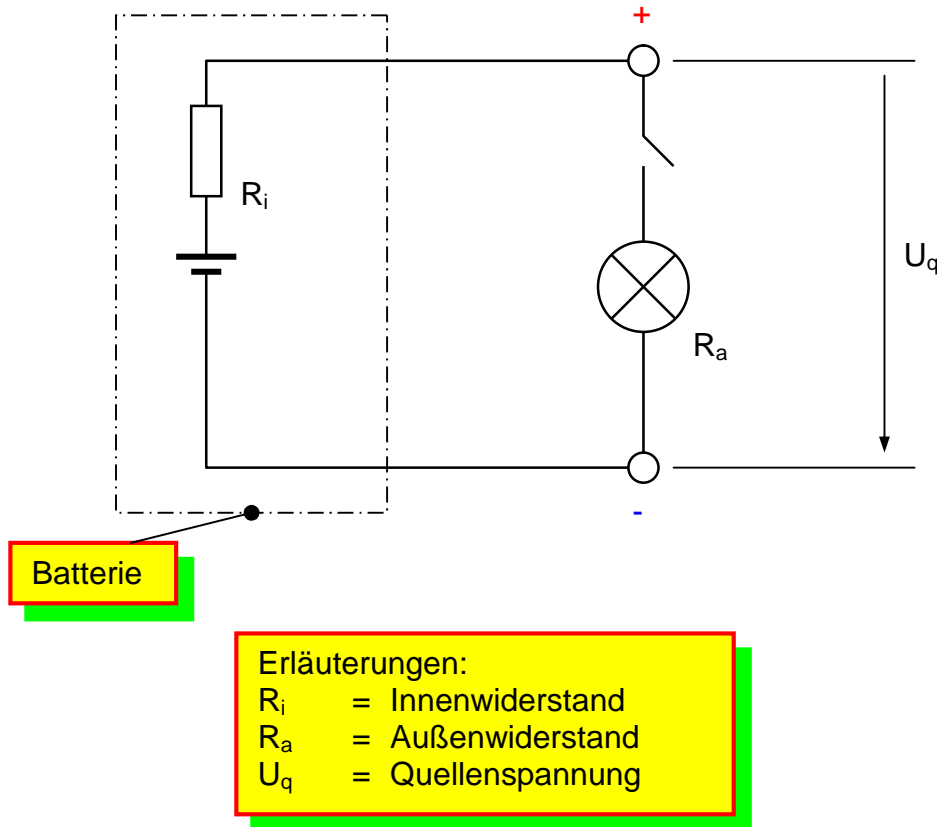
Meistens trifft aber nicht nur ein Punkt auf das momentane Fehlverhalten der Batterie zu, die beiden anderen Gründe fließen mit in dieses Fehlverhalten ein.

Befindet sich die Batterie im Ruhezustand, es wird also keine elektrische Energie aus der Batterie entnommen, misst man an den Batterieklemmen eine Spannung, die Ruhespannung genannt wird. Als Fachbegriff für diese Spannung benutzt man den Begriff **Leerlaufspannung  $U_0$**  (lies  $U_{Null}$ , lese bitte  $U_{Null}$ ), oder auch **Quellenspannung  $U_q$** .

Diese Spannung wird immer dann gemessen, wenn der Batterie keine Energie entnommen wird, also kein Strom aus der Batterie herausfließt.

Siehe -Abb.: 1 prinzipielle Innenschaltung einer Batterie mit Innenwiderstand  $R_i$  und Außenwiderstand  $R_a$ , Stromkreis nicht geschlossen-. Der Stromkreis ist in dieser Schaltung nicht geschlossen, es kann also kein Strom aus der Batterie fließen. Kann jetzt also kein Strom fließen, kann auch an dem **Innenwiderstand  $R_i$**  keine Spannung abfallen. Sie messen also die maximal mögliche Spannung, die **Leerlaufspannung  $U_0$** , oder **Quellenspannung  $U_q$** . Diese Spannung können Sie immer nur dann messen, wenn kein Strom aus der Batterie fließt.

Abb.: 1 prinzipielle Innenschaltung einer Batterie mit Innenwiderstand  $R_i$  und Außenwiderstand  $R_a$ , Stromkreis nicht geschlossen



**Anmerkung, Tipp 1:**

Alles was sich außerhalb der Batterie an elektrischen Verbrauchern befindet, wird als **Außenwiderstand  $R_a$**  bezeichnet. Dazu gehören alle Verbraucher, also Leitungen und jedwede Art von Verbrauchern. Alles was sich innerhalb der Batterie befindet, wird als **Innenwiderstand  $R_i$**  bezeichnet. Dazu gehören die einzelnen Zellen der Batterie.

**Anmerkung, Tipp 2:**

Wenn Sie ein Schadensereignis an einem Fahrzeug diagnostizieren sollen, zum Beispiel leuchtet ein Beleuchtungskörper nicht mit der möglichen gegebenen Leistung, kann es sich bei dem Schadensereignis um einen Übergangswiderstand, plus- oder minusseitig, handeln.

Um dieses Schadensereignis messtechnisch zu erfassen, müssen Sie immer zuerst die **Bordnetzklemmenspannung  $U_K$**  an der Batterie messen. Die Klemmenspannung wird grundsätzlich immer unter Last gemessen, das heißt, es muss ein Strom fließen. Der Verbraucher, der das Schadensereignis an den Tag gelegt hat, muss zumindest eingeschaltet werden.

**Diese Messmethode ist ultimatv erforderlich.**

Hintergrund:

Mit dem Fließen des Stroms, fließt auch ein Strom durch den Innenwiderstand  $R_i$ . Dieser Stromfluss ruft jetzt an dem Innenwiderstand einen Spannungsabfall hervor, der die **Leerlaufspannung  $U_0$**  um den Betrag des **Spannungsabfalls am Innenwiderstand  $U_i$**  auf den Wert der **Klemmenspannung  $U_K$**  mindert.

Immer nur diese Spannung, also die  
**Klemmenspannung  $U_K$**   
steht Ihnen im Bordnetz zur Verfügung!

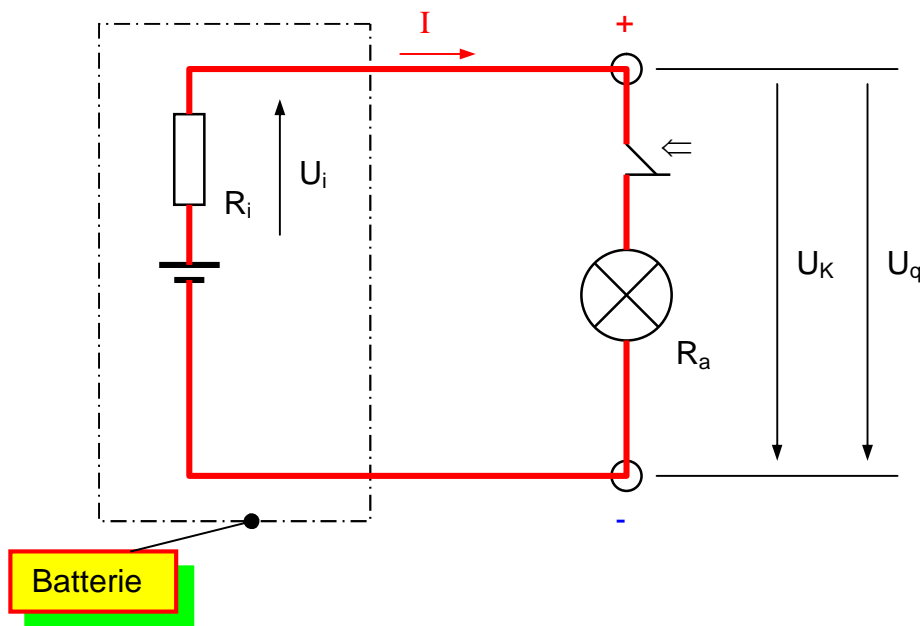
Siehe -Abb.: 1.1 prinzipielle Innenschaltung einer Batterie mit Innenwiderstand  $R_i$  und Außenwiderstand  $R_a$ , Stromkreis geschlossen-. Der Stromkreis ist in dieser Schaltung geschlossen, es kann ein Strom aus der Batterie fließen. Fließt also ein Strom, fällt jetzt am **Innenwiderstand  $R_i$**  eine **Spannung  $U_i$**  ab. Dieser Spannungsabfall mindert jetzt die ursprüngliche **Leerlaufspannung  $U_0$** , oder **Quellenspannung  $U_q$**  auf die Höhe der **Klemmenspannung  $U_K$** .

Das heißt, Sie messen also an gleicher Stelle, wo Sie die **Leerlaufspannung  $U_0$**  gemessen haben, jetzt auch die **Klemmenspannung  $U_K$** . Siehe -Abb.: 1.1 prinzipielle Innenschaltung einer Batterie mit Innenwiderstand  $R_i$  und Außenwiderstand  $R_a$ , Stromkreis geschlossen-

**Wichtige Erkenntnis und wichtige Voraussetzung zur Diagnose:**

Nur diese Spannung **Klemmenspannung  $U_K$**  steht Ihnen im Bordnetz zur Verfügung!

Abb.: 1.1 prinzipielle Innenschaltung einer Batterie mit Innenwiderstand  $R_i$  und Außenwiderstand  $R_a$ , Stromkreis geschlossen



Erläuterungen:

- $R_i$  = Innenwiderstand
- $R_a$  = Außenwiderstand
- $U_q$  = Quellenspannung
- $U_K$  = Klemmenspannung
- $U_i$  = Spannungsabfall am Innenwiderstand
- $I$  = Stromfluss

**Anmerkung, Tipp 3:**

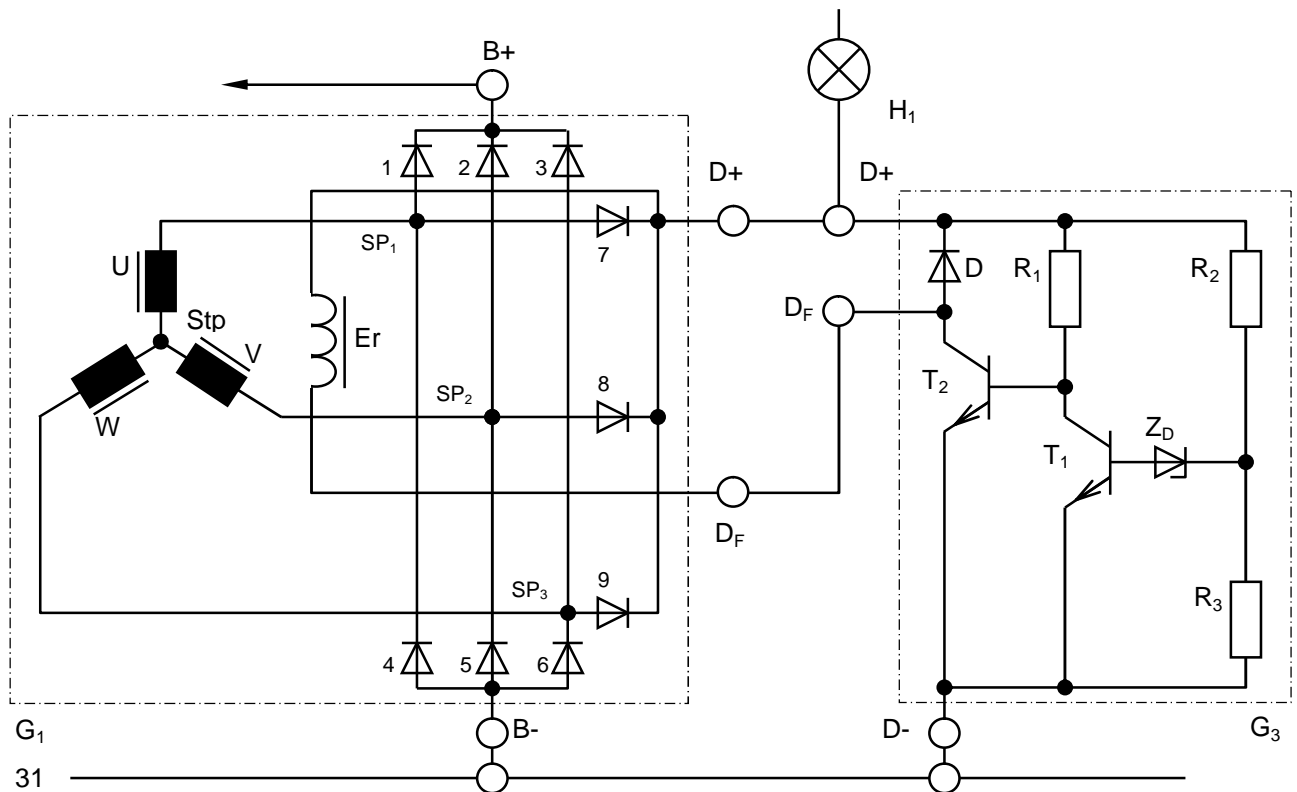
Vom Grundsatz her, handelt sich bei dieser Schaltung um eine Reihenschaltung. Die Innenwiderstände  $R_i$  liegen mit den Außenwiderständen  $R_a$  schaltungstechnisch in Reihe. Sie werden vom gleichen Strom durchflossen. Die Gesamtspannung Quellenspannung  $U_q$  teilt sich auf die einzelnen Spannungsabfälle  $U_i$ ,  $U_K$  an den Widerständen  $R_i$ ,  $R_a$  auf. Beherrzigen Sie also die Gesetzmäßigkeiten der Reihenschaltung.

Siehe <http://www.Horst-Weinkauf.de>, Fachmathematik Elektrik/Elektronik Kraftfahrzeugtechnik, Reihenschaltung von Widerständen

**Anmerkung, Tipp 4:**

Ist doch der Spannungsabfall am Innenwiderstand einer Batterie völlig unerwünscht, nutzt man gerade diesen Spannungsabfall am Innenwiderstand bei einem Generator für die Regelung der Regulierspannung aus.

Abb.: 2 Innenschaltung Generator mit Regler, minusseitig regelnd



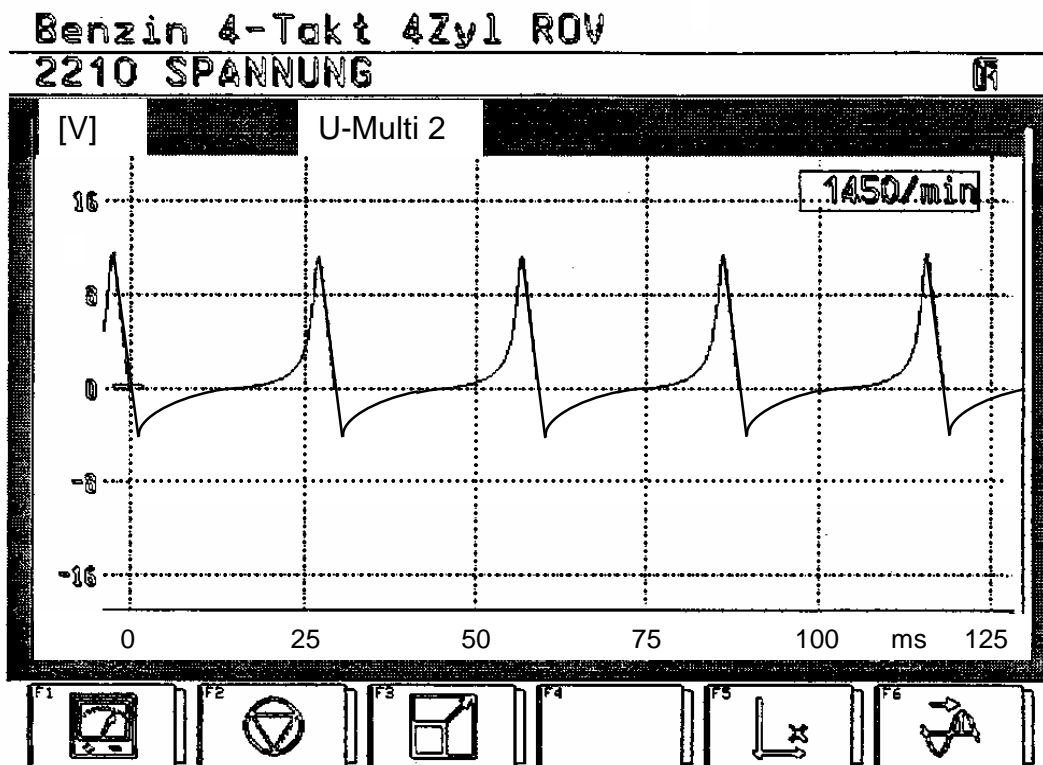
**Wirkungsweise:**

Wird der Generator durch eingeschaltete Verbraucher mit 70 A belastet, fließen aus der Ständerwicklung 70 A heraus. Diese 70 A rufen an den Ständerwicklungen, die hier den Innenwiderstand  $R_i$  darstellen, einen Spannungsabfall  $U_i$  hervor, der die Spannung an dem Anschluss D+ mindert. Diese Spannungsminderung führt dazu, dass der Regler bis zur Erreichung der Regulierspannung weiterhin einen Erregerstrom durch die Feldwicklung Er fließen lässt. Werden jetzt Verbraucher abgeschaltet, die zum Beispiel 30 A Stromfluss aus dem Generator ermöglicht haben, fließen natürlich jetzt 30 A weniger Strom aus der Ständerwicklung heraus. Die Restverbliebenen 40 A rufen jetzt einen geringeren Spannungsabfall an der Ständerwicklung hervor, der die Spannung an dem Anschluss D+ schlagartig ansteigen lässt. Dadurch, dass jetzt eine höhere Spannung am Anschluss D+ vorhanden ist, wird die Zenerdiode  $Z_D$  schlagartig leitend. Der Transistor  $T_1$  wird leitend, dadurch wird der Schalttransistor  $T_2$  in den sperrenden Zustand geschaltet, der Erregerstrom wird dadurch unterbrochen, das Magnetfeld geschwächt, die Regulierspannung sinkt, die Regulierspannung erreicht wieder ihren Normalwert.

Siehe <http://www.Horst-Weinkauf.de>, Fachtechnologie Elektrik/Elektronik Kraftfahrzeugtechnik, Generator

Noch ein anderes Beispiel einer Spannungsminderung durch den Spannungsabfall am Innenwiderstand. Bei einer TSZ-i oder auch die TZ-i wird die negative Halbwelle des Impulssignals als Information für die Auslösung des Zündzeitpunktes durch das Steuergerät genutzt.

Abb.: 3 Impulssignal eines Zündverteilers TZ-i, belasteter Zustand



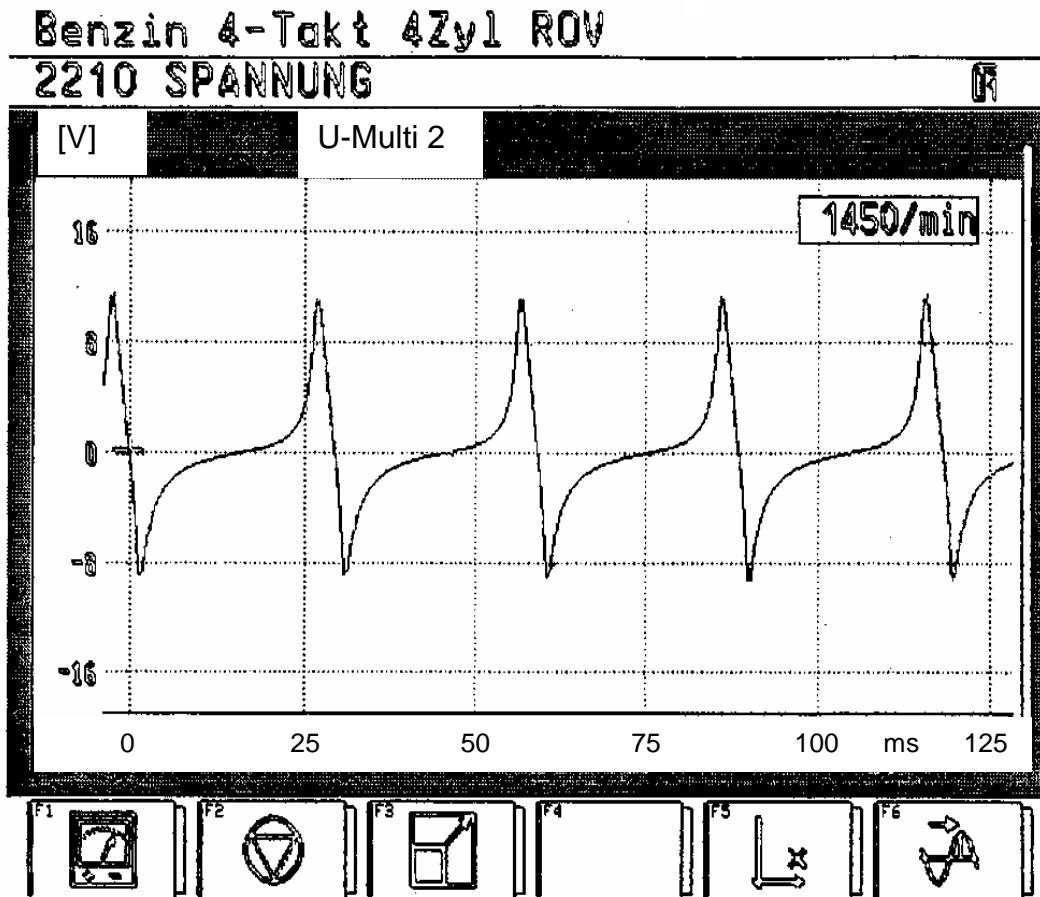
Signalbild: Horst Weinkauf

Die negative Halbwelle wird als Information für die Zündzeitpunktauslösung herangezogen, das heißt, sobald die Nulllinie unterschritten wird und die negative Halbwelle beginnt, fließt ein Strom aus der Geberspule in das Steuergerät. Bei der Überschreitung von Minus 0,3 V in negativer Richtung, wird der Zündzeitpunkt ausgelöst. Durch den Stromfluss bedingt, fällt am Innenwiderstand  $R_i$  der Geberspule eine Spannung  $U_i$  ab, die die Signalspannung an Klemme 7 auf Klemme 31d gemessen, mindert. Aus diesem Grund ist die negative Amplitude nicht mehr so negativ, wie die Positive positiv ist. Befindet sich die Geberspule im Leerlauf (ohne angeschlossenes Steuergerät) sind beide Amplituden gleich groß. Siehe -Abb.: 3.1 Impulssignal eines Zündverteilers TZ-i, unbelasteter Zustand-

Die Form des Spannungsanstiegs erklärt/ergibt sich durch die Formgebung der Stator- Rotorzacken.



Abb.: 3.1 Impulssignal eines Zündverteilers TZ-i, unbelasteter Zustand



Signalbild: Horst Weinkauf

Ist kein Steuergerät am Zündverteiler angeschlossen, kommt es auch während der negativen Halbwelle zu keinem Stromfluss. Dadurch, dass kein Strom fließt, kann auch an dem Innenwiderstand der Geberspule keine Spannung abfallen. Dadurch sind die positiven und negativen Spannungsausschläge, annähernd, gleich groß.

Gleichungen für die Berechnungen des Innenwiderstandes von Spannungsquellen:  
Da es sich um eine Reihenschaltung handelt, betrachten wir zunächst die Spannungen.

Die Gesamtspannung  $U_q$  setzt sich aus der Summe der Teilspannungen zusammen:

$$U_q = U_K + U_i \Rightarrow [V + V] = V$$

Die Klemmenspannung  $U_K$  ergibt sich aus der Subtraktion von  $U_q - U_i$ :

$$U_K = U_q - U_i \Rightarrow [V - V] = V$$

Der Spannungsabfall  $U_i$  am Innenwiderstand  $R_i$  ergibt sich aus der Subtraktion von  $U_q - U_K$ :

$$U_i = U_q - U_K \Rightarrow [V - V] = V$$

Betrachtet man nun die Teilwiderstände und deren Spannungsabfälle, ergeben sich nachfolgende Gleichungen:

Klemmenspannung  $U_K =$

$$U_K = R_a \cdot I \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$

Spannungsabfall am Innenwiderstand  $U_i =$

$$U_i = R_i \cdot I \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$

Gesamtspannung, Quellenspannung  $U_q =$

$$U_q = R_{ges} \cdot I \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$
$$U_q = (R_a + R_i) \cdot I \Rightarrow [(\Omega + \Omega) \cdot A] = V$$

Der Stromfluss kann über folgende Gleichungen berechnet werden:

$$I = \frac{U_i}{R_i} \Rightarrow \left[ \frac{V}{\Omega} \right] = A$$

$$I = \frac{U_k}{R_a} \Rightarrow \left[ \frac{V}{\Omega} \right] = A$$

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a} \Rightarrow \left[ \frac{V}{\Omega + \Omega} \right] = A$$

Es ist auch möglich, über das Einsetzverfahren, die Klemmenspannung  $U_k$  zu berechnen:

$$U_k = U_q - U_i \Rightarrow [V - V] = V$$

$$U_i = R_i \cdot I \Rightarrow [\Omega \cdot A] = V$$

$$U_k = U_q - R_i \cdot I \Rightarrow [V - \Omega \cdot A] = V$$

umgestellt nach den  
einzelnen Größen

$$U_q = U_k + R_i \cdot I \Rightarrow [V + \Omega \cdot A] = V$$

$$R_i = \frac{U_q - U_k}{I} \Rightarrow \left[ \frac{V - V}{A} \right] = \Omega$$

$$I = \frac{U_q - U_k}{R_i} \Rightarrow \left[ \frac{V - V}{\Omega} \right] = A$$

Wenn Sie die Gleichungen betrachten, kommen Sie immer wieder auf die Ursprungsgleichungen zurück, also auch auf das ohmsche Gesetz.

Mathematische Beispielaufgaben zur Berechnung des Innenwiderstandes:

1. Der Innenwiderstand einer Batterie beträgt  $14 \text{ m}\Omega$ . Die Leerlaufspannung ist mit  $14,8 \text{ V}$  gemessen worden. Der Gesamtwiderstand bestimmte eine Stromstärke von  $6,2 \text{ A}$ .

- 1.1 Wie groß ist die zu messende Klemmenspannung?

$$\begin{aligned} \text{geg} &= R_i = 0,014 \Omega \\ &U_q = 14,8 \text{ V} \\ &I = 6,2 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\text{ges} = U_K$$

$$U_K = U_q - R_i \cdot I$$

$$U_K = 14,8 - 0,014 \cdot 6,2 \Rightarrow [V - \Omega \cdot A] = V$$

$$U_K = \underline{\underline{14,7132 \text{ V}}}$$

2. Durch eingeschaltete Verbraucher sinkt die Leerlaufspannung von 14,2 V auf die Klemmenspannung von 10,4 V ab. Der an der Batterie angeschlossene Verbraucher hat einen Widerstand von 0,211111  $\Omega$ .

2.1 Wie groß ist der Stromfluss?

2.2 Welchen Innenwiderstand besitzt die Batterie?

geg =  $R_a = 0,211111 \Omega$

$U_q = 14,2 \text{ V}$

$U_K = 10,4 \text{ V}$

ges =  $R_i, I$

$$U_K = R_a \cdot I$$

$$I = \frac{U_K}{R_a}$$

$$I = \frac{10,4}{0,211111} \Rightarrow \left[ \frac{\text{V}}{\Omega} \right] = \text{A}$$

$$I = \underline{\underline{49,26318382 \text{ A}}}$$

$$R_i = \frac{U_i}{I}$$

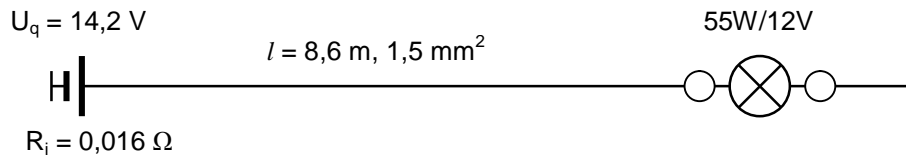
$$R_i = \frac{U_q - U_K}{I}$$

$$R_i = \frac{14,2 - 10,4}{49,26318382} \Rightarrow \left[ \frac{\text{V} - \text{V}}{\text{A}} \right] = \Omega$$

$$R_i = \underline{\underline{0,077136711 \Omega}}$$

Übungsaufgaben zum Innenwiderstand von Spannungsquellen

1.) Glühlampenschaltung



1.1 Mit welcher Klemmenspannung wird die Schaltung betrieben?

2.) Bei einer Kältestromprüfung an einer Batterie mit der Typaufschrift Varta 566 101 064 3012, sank die gemessene Spannung nach 10 s vorgeschriebener Prüfdauer von 14,6 auf 13,4 V.

2.1 Wie groß ist bei dieser Messung der Innenwiderstand der Batterie?

3.) Ein 24 V Starter Typ KB wird einer Kurzschlussprüfung (Starter blockiert) auf dem Elektrikprüfstand unterzogen. Der Starter wird durch zwei 12 V Batterien über eine Kupferleitung mit einer Gesamtlänge von 2,3 m und einer Fläche von 120 mm<sup>2</sup> versorgt. Die Batteriezellen besitzen jeweils einen Innenwiderstand von 0,68 m $\Omega$ . Der Stromfluss beträgt 1310 A.

3.1 Wie groß ist die Klemmenspannung am Starter?

3.2 Wie groß ist der Widerstand des Starters?

4.) Die Ständerwicklung eines Generators hat einen Widerstand von 0,015  $\Omega$ . Durch zusätzlich eingeschaltete Verbraucher erhöhte sich die Laststromstärke von 42 A auf 72 A. Die Regulierspannung ist mit 14,8 V im normalen Bereich.

4.1 Auf welche Spannungshöhe ist bei dieser Gesamtstromstärke die Regulierspannung kurzfristig, bis zur Erreichung der normalen Regulierspannung, abgesunken?

Lösungen zu den Übungsaufgaben zum Innenwiderstand von Spannungsquellen:

1.1 = $U_K$	= 14,1169662 V	Klemmenspannung Batterie
2.1 = $R_i$	= 0,001875 $\Omega$	Innenwiderstand
3.1 = $U_{KSt}$	= 12,86347167 V	Klemmenspannung am Starter
3.2 = $R_{St}$	= 0,009819444 $\Omega$	Widerstand Starter
4.1 = $U_{RegVerb}$	= 13,72 V	Regulierspannung bei 72 A Verbrauch

Lösen Sie die Aufgabenstellungen und nehmen Sie, wenn Bedarf vorhanden ist, Kontakt über die Netzadresse/Kontakt mit mir auf.  
<http://www.Horst-Weinkauf.de>

Guten Erfolg bei der Lösung der Aufgabenstellungen wünscht der Autor

Horst Weinkauf